

平成 19 年度 流体力学 (高瀬) 期末試験

2008.2.6

- (1) $\vec{v}(x, y, z) = (ax, by, cz)$ で表される流れを考える (a, b, c は定数)。この流れは渦なしであることを示せ。この場合、速度場は速度ポテンシャル Φ を使って $\vec{v} = \nabla\Phi$ と表せる。この流れを表わす速度ポテンシャルを求めよ。また、この流れが非圧縮であるための条件を示せ。

- (2) 2次元の非圧縮かつ渦なしの流れ (u, v) を考える。非圧縮なので、流れの関数 Ψ を用い

$$u = \frac{\partial\Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial\Psi}{\partial x}$$

と書ける。また渦なしなので、速度ポテンシャル Φ を用い

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial\Phi}{\partial y}$$

とも書ける。 $\Phi = A(x^2 - y^2)/2$ で表される流れがあるとき、 Ψ はどう表されるか。等 Φ 線および等 Ψ 線を図示し、この流れの特徴を論ぜよ。

- (3) 2本の z 方向の渦糸 ($i = 1, 2$) を考える。渦糸の強さを κ_i 、位置を (x_i, y_i) とすると、渦糸 i に起因する複素速度ポテンシャルは $z = x + iy$ を用いて

$$f_i(z) = \frac{\kappa_i}{2\pi i} \log(z - z_i)$$

と表される。渦糸はまわりに渦を作るが、自身には速度を生じさせないので、 κ_1 の速度 (u_1, v_1) および κ_2 の速度 (u_2, v_2) は

$$u_1 - iv_1 = \left. \frac{df_2}{dz} \right|_{z=z_1}$$

$$u_2 - iv_2 = \left. \frac{df_1}{dz} \right|_{z=z_2}$$

と表せる。 κ を正の実数とし、(a) $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ の場合、(b) $\kappa_1 = -\kappa_2 = \kappa$ の場合について、渦糸の初期位置を $(x_{10}, y_{10}) = (d/2, 0)$ 、 $(x_{20}, y_{20}) = (-d/2, 0)$ とし、その後の渦糸の運動を図示せよ。

- (4) 平面壁 $y = 0$ が、 x 方向に速度 $U \cos \omega t$ で振動するとき、 $y > 0$ における流体の速度場 $u(y, t)$ を求めよ。運動方程式において圧力勾配は無視し、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

としてよい。