流体力学 2018 年度試験問題

2018/7/20　 10:25-12:10

解答用紙に所属・学籍番号・名前を記入せよ。解答用紙は裏も使用してよい。試験開始後 60 分を過ぎて、解答用紙を提出し，退出してよい。

————————————————————

問１：レイノルズ数

下記の場合のレイノルズ数を有効数字１桁で求めよ。

(1) 秒速10^{-7} m/sで動く深さ10^3 mのマントルの流れ

(2) 秒速10^{-1} m/sで泳ぐ体長0.1 mの鯉の周りの水の流れ

ただし、動粘性係数には下記の数値を用いよ。

　マントル：$\nu=1\times10^{18}\mathrm{m^2/s}$

　水：$\nu=1\times10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$

————————————————————

問２：連続の式

位相空間での粒子の分布関数を $f(\vec{x},\vec{v},t)$ として、ボルツマン方程式は

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\left(\vec{v}\cdot\nabla\right)f+\left(\frac{\vec{F}}{m}\cdot\nabla_V\right)f=\left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_C$$

と表される。これから導かれる連続の式を書き、各項の意味を述べよ。ただし、数密度を $n=\int f d\vec{v}$ 、ある量 g の速度平均を $\langle g\rangle=\int fg d\vec{v}/n$ で表すとする。

————————————————————

問３：ポテンシャル流

円柱座標系 (r,θ,z) において、ポテンシャル $\Phi=\frac{k}{2\pi}\theta$ で表されるポテンシャル流を考える。

(1)円柱座標系での勾配が $\nabla=\left(\frac{\partial}{\partial r},\frac{\partial}{r\partial\theta},\frac{\partial}{\partial z}\right)$ と表せることを用いて速度 (v_r,v_θ,v_z) を求めよ。

(2)ベクトル (A_r,A_θ,A_z) の回転が $\nabla\times\vec{A}=\left(\frac{\partial A_z}{r\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial z},\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r},\frac{\partial(rA_\theta)}{r\partial r}-\frac{\partial A_r}{r\partial\theta}\right)$ と表せることを用いて原点以外（$r\neq0$）での渦度を求めよ。

————————————————————

問４：複素速度ポテンシャル

複素関数 $F(z)=a/z$ で表される 2 次元の流れについて以下の問に答えよ

(1) $z=r\,e^{i\theta}$ として流れ関数 $\psi=\mathrm{Im}(F)$ を求めよ。

(2) ψ を直交座標(x, y)の x, y で表せ。

(3) 流線（ψ =一定）がどのような図形となるかを求めよ。またそれを図示せよ。

問５：雨滴

半径 a の水球が大気中を落下する時の速度 V を以下の手順で求めよ。

(1)大気の粘性係数をμとし、粘性よる抗力をオーダー評価または次元解析で求めよ

(2) (1)で求めた粘性による抗力の係数を 6π、水の質量密度をρ、重力加速度を g とする。粘性による抗力と重力がつり合い、一定の速度で水球が落下している時の力のつり合いの式を求めよ。

(3) a=0.1 mm の霧雨の落下速度 V を(2)を用いて有効数字１桁で求めよ。ただし、ρ=1000 kg/m^3、$\mu=2\times10^{-5}$ Pa s、g=10 m/s^2 とする。

————————————————————

問６：Kolomogorov（コルモゴロフ）スケール

一様等方乱流において、エネルギー輸送率 ε　($\sim v^3/l$) と動粘性係数νで決まる長さ、時間、速さのスケールを書け。

————————————————————

問７：長い波

水深 h の海を伝わる波数 k の長い波（kh<<1）を考える。水平方向座標を x、鉛直方向座標を y。波の無い時の水面 (z=0) からの波高をη (<<h)、速度の x 成分を u とし、これらは y に依存しないとする。また重力加速度を g とする。

(1) ηと u の満たす式

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\eta}{\partial t}=-h\dfrac{\partial u}{\partial x}\\[2mm]\dfrac{\partial u}{\partial t}=-g\dfrac{\partial\eta}{\partial x}\end{cases}$$

から波の位相速度 V_{ph} を求めよ。

(2) $\eta=\eta_0e^{ikx-i\omega t}, u=u_0e^{ikx-i\omega t}$ として u_0 を h, V_{ph}, η_0 で表せ。

————————————————————

問８：グライダー

グライダーが浮かんでいられる条件を考える。人とグライダーの総重量を 200 kg、翼の総面積を 100 m^2 とし、高さ 20m のグライダーの落下の位置エネルギーが全てグライダーの水平方向の運動エネルギーに変換されたとする。重力加速度を g=10 m/s^2、大気の密度を ρ=1 kg/m^3 とし、以下の問に応えよ。

(1) グライダーの速さ V_0 を求めよ。

(2) 水平な翼の下面での大気の相対速度を(1)で求めた V_0 であるとし、翼の上面での大気の相対速度を V_1 とする。揚力と重力がつり合い浮かんでいる時の V_1 を有効数字 2 桁で求めよ。