TF コイル系冷却検討のまとめ

大原　伸也

1　TF コイルの抵抗値の見積もり

以下、銅の抵抗率を $\rho = 1.99 \times 10^{-8} \Omega m$ とする。またコイル一本あたりの値である

外側の部分

長さ $l = 2.66[m]$、断面積 $S = 0.03 \times 0.015 = 4.5 \times 10^{-4}[m^2]$ の一本の棒だとみなして

$$R_{外} = \rho l/S = 0.12 \times 10^{-3}[\Omega] \tag{1}$$

CS 内の部分

長さ $l = 2.1[m]$、断面積 $S = 0.02 \times 0.012 = 2.4 \times 10^{-4}[m^2]$ の一本の棒だとみなして

$$R_{CS} = \rho l/S = 0.17 \times 10^{-3}[\Omega] \tag{2}$$

コネクタの部分

コネクタ部分は形状が複雑なので図 (1) のように二つに分け、棒状とみなす

$$R_{P1} = \rho l/S = \frac{1.99 \times 10^{-8} \times 89.1 \times 10^{-3}}{50 \cdot 5 \times 10^{-6}} = 7.1 \times 10^{-6}[\Omega] \tag{3}$$

$$R_{P2} = \frac{1.99 \times 10^{-8} \times 117 \times 10^{-3}}{15 \cdot 20 \times 10^{-6}} = 7.6 \times 10^{-6}[\Omega] \tag{4}$$

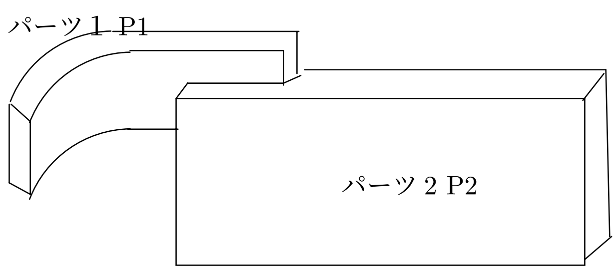


図 1:

全体

以上全体では

$$
\begin{aligned}
R_{tot} &= R_{外} \times 24 + R_{CS} \times 24 + (R_{P1} + R_{p2}) \times 48 \qquad (5)\\
&= 10.1 \times 10^{-3}[\Omega] \qquad (6)
\end{aligned}
$$

2 TF コイルの発熱量の見積もり

以下銅の比熱は $C = 0.385[kJ/kgK]$, 銅の密度 $\rho = 8.93 \times 10^3[kg/m^3]$ とする。また条件は電流 $I = 20kA$ を 1sec 流した場合を想定する。また全て一本あたりの量である。

外側の部分

$$
\begin{aligned}
\text{ジュールエネルギー} \quad P_{外} &= R_{外} I^2 \times 1[s] = 48[kJ] \qquad (7)\\
\text{質量} \quad M_{外} &= \rho \times volume = 10.7[kg] \qquad (8)\\
\text{温度上昇} \quad \Delta t &= \frac{P}{CM} = 11.7[K] \qquad (9)
\end{aligned}
$$

CS 内の部分

$$
\begin{aligned}
\text{ジュールエネルギー} \quad P_{CS} &= 68[kJ] \qquad (10)\\
\text{質量} \quad M_{CS} &= 4.5[kg] \qquad (11)\\
\text{温度上昇} \quad \Delta t &= 39.4[K] \qquad (12)
\end{aligned}
$$

コネクタの部分

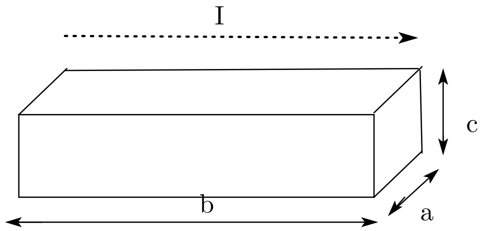
P １部分

$$
\begin{aligned}
\text{ジュールエネルギー} \quad P_{P1} &= 2.8[kJ] \qquad (13)\\
\text{質量} \quad M_{P1} &= 0.2[kg] \qquad (14)\\
\text{温度上昇} \quad \Delta t &= 36.9[K] \qquad (15)
\end{aligned}
$$

P ２部分

$$
\begin{aligned}
\text{ジュールエネルギー} \quad P_{P2} &= = 3.1[kJ] \qquad (16)\\
\text{質量} \quad M_{P2} &= 0.31[kg] \qquad (17)\\
\text{温度上昇} \quad \Delta t &= 25.7[K] \qquad (18)
\end{aligned}
$$

以下余談であるが、以下の棒状の温度上昇は



$$\Delta t \cong \frac{P}{mass} \cong \frac{R}{abc} \cong \frac{1}{a^2c^2} \cong \frac{1}{S^2}$$

のように断面積のみによって決まる。

3　TF コイル冷却水の圧損

まず層流の場合、円管を流れる水の圧損は次のようにあらわされる（参照[1]）

$$\Delta P[N/m^2] = \frac{128\mu\ l\ Q}{\pi d^4} \tag{19}$$

$$d = 6 \times 10^{-3}[m] : \text{円管直径} \tag{20}$$

$$l \quad [m] : \text{円管の長さ} \tag{21}$$

$$Q = q[l/s] = q \times 10^{-3}[m^3/s] : \quad \text{流量} \tag{22}$$

$$\mu = 1.002 \times 10^{-3}[Pas] : \text{水の粘性}\ (20\ ℃) \tag{23}$$

よって

$$\frac{\Delta P}{l}[Pa/m] = 3.14 \times 10^4 q[l/s] \tag{24}$$

次に乱流の場合

$$\Delta P = \lambda\frac{l}{d}\rho\frac{v^2}{2} \tag{25}$$

$$\lambda = 0.3614Re^{-1/4}Blasius \tag{26}$$

$$Re = \left(\frac{\rho v d}{\mu}\right)^{-1/4} Reinolds\ \text{数} \tag{27}$$

$$v \quad \text{流体の速度} \tag{28}$$

式を変形すると (29)

$$\frac{\Delta P}{l}[Pa/m] = 0.158\frac{4^{7/4}}{\pi^{7/4}}\frac{\mu^{1/4}\rho^{3/4}lQ^{7/4}}{d^{19/4}} \tag{30}$$

$$= 1.53 \times 10^6 q^{7/4}[l/s] \tag{31}$$

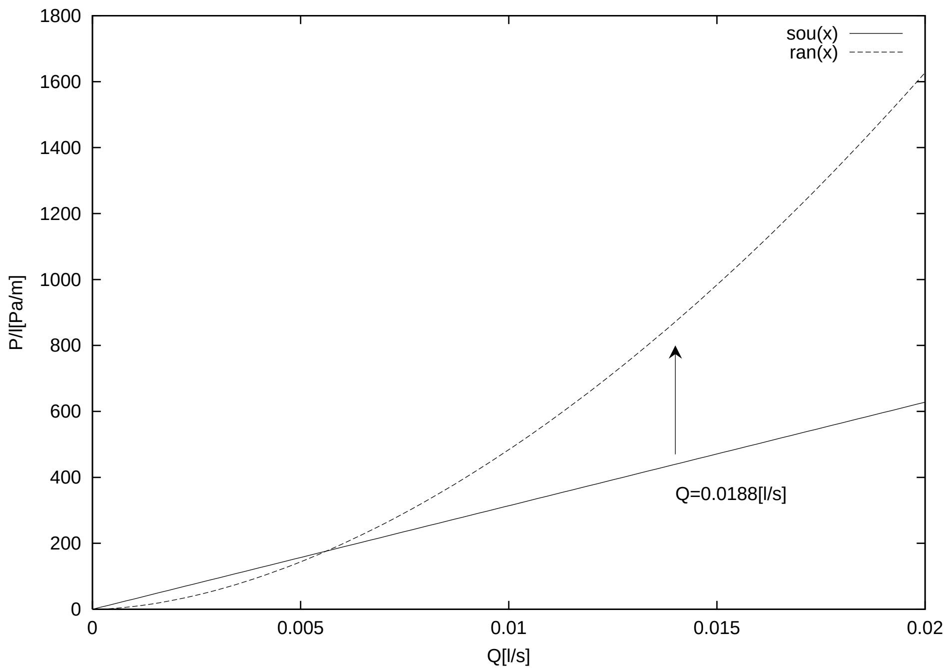


図 2:

また層流が乱流になる境目の流量は

$$Re = 3 \times 10^3 = \frac{4\rho Q}{\mu \pi d} \quad (32)$$

から $$Q = 1.41 \times 10^{-2} [l/s] \quad (33)$$

以上をグラフにしたのが図 2 である。

4 水冷効率の見積もり

CS 内の TF コイルの水冷の見積もり
以下の参考文献は ([2]) ([3]) ([4]) など
円管から冷却水に渡される熱量は

$$Q = hA(T_w - T_c)[J/s] \quad (34)$$

$$h : \text{熱伝達係数} \quad [J/m^2 sK] \quad (35)$$

$$A : \text{円柱の表面積} [m^2] \quad (36)$$

$$T_w : \text{円管の表面温度} \quad [K] \quad (37)$$

$$T_c : \text{冷却水の温度} \quad [K] \quad (38)$$

また

$$
\begin{aligned}
Nu &= \frac{hD}{\kappa} && (39)\\
Nu &: \text{ヌセルト数}\ (\cong 4) && (40)\\
D &: \text{管の内径}\quad [m] && (41)\\
\kappa &: \text{熱伝導度}\quad (\text{水で}\ 0.561[W/mK]) && (42)\\
& && (43)
\end{aligned}
$$

より

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{Nu\kappa}{D}A(T_w - T_c) && (44)\\
A &= 2\pi az && (45)\\
D &= 2a && (46)\\
z &: \text{管の長さ} && (47)\\
a &: \text{管の半径} && (48)
\end{aligned}
$$

次に以下の仮定をする

- $T_c = \mathrm{const}$
  つまり冷却水は全く温まらない
- $T_w = \mathrm{homogeneous}$
  つまり銅の熱伝導率が無限大で、銅の温度は空間的に一様

この仮定に基ずくと

$$
\begin{aligned}
CV\rho\frac{d}{dt}T_w &= -Q = Nu\kappa\pi z(T_w - T_c) && (49)\\
C &: \quad \text{銅の比熱} && (50)\\
V &: CS\ \text{内の}\ TF\ \text{コイル一本あたりの体積} && (51)\\
\rho &: \text{銅の密度} && (52)\\
\text{これを解くと} & && (53)\\
T_w &= (T_0 - T_c)exp\left[-\frac{Nu\kappa\pi z}{CV\rho}t\right] + T_c && (54)\\
T_0 &: \text{初期温度} && (55)\\
\text{さらに} & && (56)\\
\frac{Nu\kappa\pi z}{CV\rho} &= \frac{Nu\kappa\pi}{C\rho}\frac{z}{abz} && (57)\\
&= \frac{Nu\kappa\pi}{C\rho ab} && (58)\\
&= 2.72 \times 10^{-3}[1/s] && (59)\\
\text{よって水冷の}\ timescale\ \text{は} & && (60)\\
\tau_{\text{水冷}} &\cong 6[mimute] && (61)
\end{aligned}
$$

次に前にたてた仮定を検討する
まず一つ目の仮定は、単位時間当たりの水の温度上昇を ΔT として

$$\pi a^2 U_{水} \quad \rho_{水} \quad C_{水} \quad \Delta T = Q \tag{62}$$

よって (63)

$$\Delta T = \frac{Q}{\pi a^2 U_{水} \quad \rho_{水} \quad C_{水}} \ll T_c \tag{64}$$

と考えれらる (65)

$$\pi a^2 U_{水} = \text{流量 } Q_{水}[m^3/s] \text{ だから} \tag{66}$$

$$Q_{水} \gg \frac{Q}{\rho_{水} \quad C_{水} T_C} \quad \text{が成り立てばよい} \tag{67}$$

$$T_c = 20\text{℃} \qquad T_w = \text{５０℃とすると} \tag{68}$$

$$Q_{max} = \frac{Nu\kappa 2\pi az}{2a}(T_{wmax} - T_c) \tag{69}$$

$$= 211[W]z \tag{70}$$

これらより (71)

$$Q_{水} \gg z \times 1.71 \times 10^{-4}[l/s] \text{ が条件} \tag{72}$$

次に二つ目の仮定であるが、まずこの場合の熱伝達係数は

$$h = \frac{\kappa_{water} Nu}{D} = 1.87 \times 10^2 [W/m^2K] \tag{73}$$

一方これの銅に匹敵すると考えられる量は

$$h_{銅} \quad \cong \frac{\kappa_{銅}}{TF \text{ コイルの断面の特徴的な長さ } 20mm} = 2.02 \times 10^4 [W/m^2K] \tag{74}$$

よってこの仮定は正しいと考えられる。

5 空冷効率の見積もり

外側の TF コイルの空冷の見積もり
参考文献は ([3])

5.1 自然対流の場合

TF コイルを円柱とみなす。断面積を等しくすると考えると $30 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^{-3} = \pi d^2$ から $d = 12 \times 10^{-3}$。
次にグラスホフ数とプランドル数は

$$Gr = \frac{d^3 \theta \beta g}{\nu^2} \tag{75}$$

$$\theta \quad : \quad \text{温度差} \quad [K] \tag{76}$$

$$\beta \quad : \quad \text{空気の膨張率} \quad = \frac{1}{V}\frac{dV}{dT} = \frac{1}{T_{air}} \tag{77}$$

$$g \quad : \quad \text{重力定数} \tag{78}$$

$$\nu \quad : \quad \text{動粘性率} \tag{79}$$

$$\text{より} \tag{80}$$

$$Gr \quad = \quad 7.5 \times 10^4 \frac{T_{TF} - T_{air}}{T_{air}} \tag{81}$$

$$\text{また} \tag{82}$$

$$Pr \quad = \quad \frac{\nu}{\alpha} \cong 0.7 \tag{83}$$

$$\text{より} \tag{84}$$

$$GrPr \quad \cong \quad 7.7 \times 10^4 \tag{85}$$

$$\text{ここで} \quad T_{TF} = 40\ ℃\ T_{air} = 20\ ℃\text{とした} \tag{86}$$

これより 流れは層流であると分かる。
これより

$$Nu = 0.56 \times (GrPr)^{0.25} = 9.3 \tag{87}$$

$$h = 9.3[W/m^2K] \tag{88}$$

ここで Gr は一定とした。前と同様に

$$\rho VC\frac{dT}{dt} = -hA(T - T_{air}) \tag{89}$$

$$T = (T_0 - T_{air})exp\left[-\frac{hA}{\rho VC}t\right] + T_{air} \tag{90}$$

$$\tau_{\text{空冷}} = 37[min] \tag{91}$$

となる。

5.2 強制対流の場合

$Nu = 0.193 \times Re^{0.618} \times Pr^{1/3}$ と与えられる。よって

$$Re \quad = \quad \frac{UL}{\nu} = 8 \times 10^2 U[m/s] \tag{92}$$

$$Nu \quad = \quad 1.1 \times 10 \times U^{0.618} \tag{93}$$

$$\text{また} \quad \text{前からの類推で} \tag{94}$$

$$\tau \quad \propto \quad h^{-1} \propto Nu^{-1}\text{なので} \tag{95}$$

$$\tau \quad = \quad 31 \times U^{-0.618}[min] \tag{96}$$

6 銅中の熱伝導による冷却効果

参考文献は ([5])
長さ l の棒で、両端の温度が変化するときの温度変化は一般的に次のようになる

$$\text{熱伝導方程式} \qquad \frac{\partial}{\partial t}\theta(t,x) = k\frac{\partial^2}{\partial x^2}\theta \ (0 < x < l) \tag{97}$$

$$\text{初期条件} \qquad \theta(0,x) = f(x) \tag{98}$$

$$\text{境界条件} \qquad \theta(t,0) = \phi_1(t) \tag{99}$$

$$\theta(t,l) = \phi_2(t) \tag{100}$$

$$\text{一般解} \tag{101}$$

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{2}{l}\sum_{n=1}^{\infty} exp\left[-k\frac{n^2\pi^2}{l^2}t\right] sin\frac{n\pi x}{l}\Big\{\int_0^l f(\lambda)sin\frac{n\pi}{l}\lambda \ \lambda d\lambda \\ &\quad +\frac{nk\pi}{l}\int_0^t exp\left[k\frac{n^2\pi^2}{l^2}\lambda\right]\left[\phi_1(\lambda) - (-)^n\phi_2(\lambda)d\lambda\right]\Big\}\end{aligned} \tag{102}$$

TF コイルの両端が CS 内のコイルに繋がっていて、そこから熱が逃げると考える。
ここで CS 内の TF コイルは温度は外に繋がっていることによる影響は無いものと考える。
両端の温度変化と、初期温度を以下のようにする。

$$\phi_1(t) = \phi_2(t) = \alpha e^{-\gamma t} + \beta \tag{103}$$

$$f(x) = const. \tag{104}$$

このときの解は

$$\theta(X,t) = \frac{4f_0}{\pi}A(X,t) + 4k\pi B(X,t) + \beta \tag{105}$$

$$A(X,t) = \sum_{n=1,3,\cdots} exp\left[-k\frac{n^2\pi^2}{l^2}t\right]\frac{sin(n\pi X)}{n} \tag{106}$$

$$B(X,t) = \sum_{n=1,3,\cdots} nsin(n\pi X)\left(\alpha\frac{exp[-\gamma t] - \exp[-kn^2\pi^2t/l^2]}{k\pi^2n^2 - \gamma l^2} - \beta\frac{exp[-kn^2\pi^2t/l^2]}{kn^2\pi^2}\right) \tag{107}$$

$$X = \frac{x}{l} \tag{108}$$

となる。

$$k = \frac{\kappa}{C\rho} = 1.17\times 10^{-4}[m^2/s] \tag{109}$$

$$\kappa: \quad \text{銅の熱伝導率} \quad = 403[W/mK] \tag{110}$$

などをいれて数値計算してプロットしたものが図 (3)(4)。ほとんど冷却効果は無い。ただコネクタ部分は冷えるかもしれない。

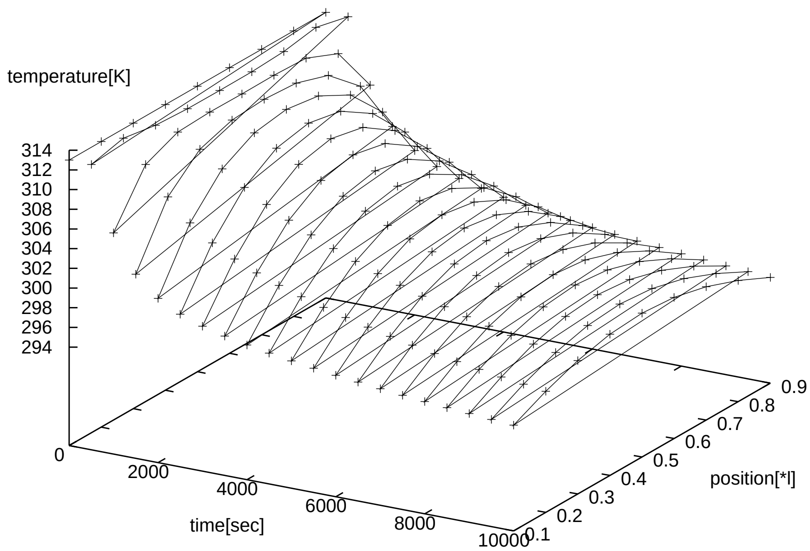


図 3: 熱伝導による外 TF コイルの温度変化

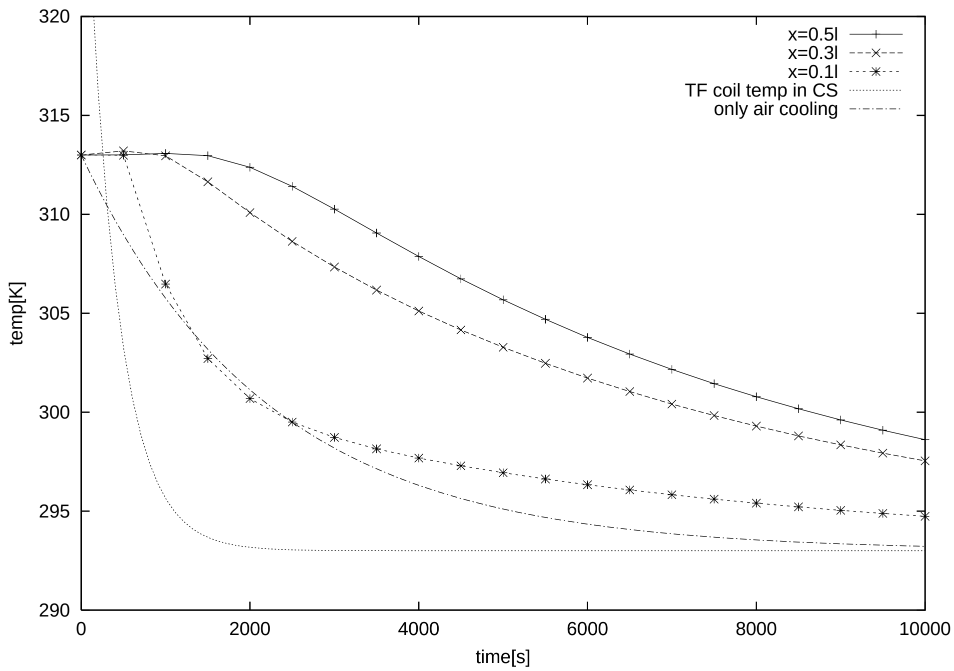


図 4: 冷却効率の比較

参考文献

[1] ?

[2] 移動論 三神

[3] 熱伝達の基礎と演習

[4] 移動現象論 田中、平岡

[5] 熱伝導論　川下研介