教養学部生のための磁気リコネクション入門

（磁気リコネクション、磁気再結合、Magnetic Reconnection）

東京大学大学院新領域創成科学研究科
江尻晶

H19年度全学自由研究ゼミナール
「複雑理工学の探求（巨視的物理現象論）」講義資料改変

内容

磁気リコネクションの役割

プラズマの基礎

磁気リコネクション

成果と課題

A. Ejiri

磁気リコネクションの役割
(磁気再結合、Magnetic Reconnection)

- トポロジーの変化:プラズマの混合、輸送

  太陽風と地磁気圏http://science.nasa.gov/ssl/pad/sppb/edu/magnetosphere/, http://www.jsf.or.jp/tamatebako/solarJ/SolarMax3/whatis.html

  トカマクにおける鋸歯状活動

  http://www.lhd.nifs.ac.jp/result/nifs_news/2005/161.html

- 電子加熱、イオン加熱

  太陽コロナhttp://www.isas.jaxa.jp/home/solar/yohkoh/corona.html

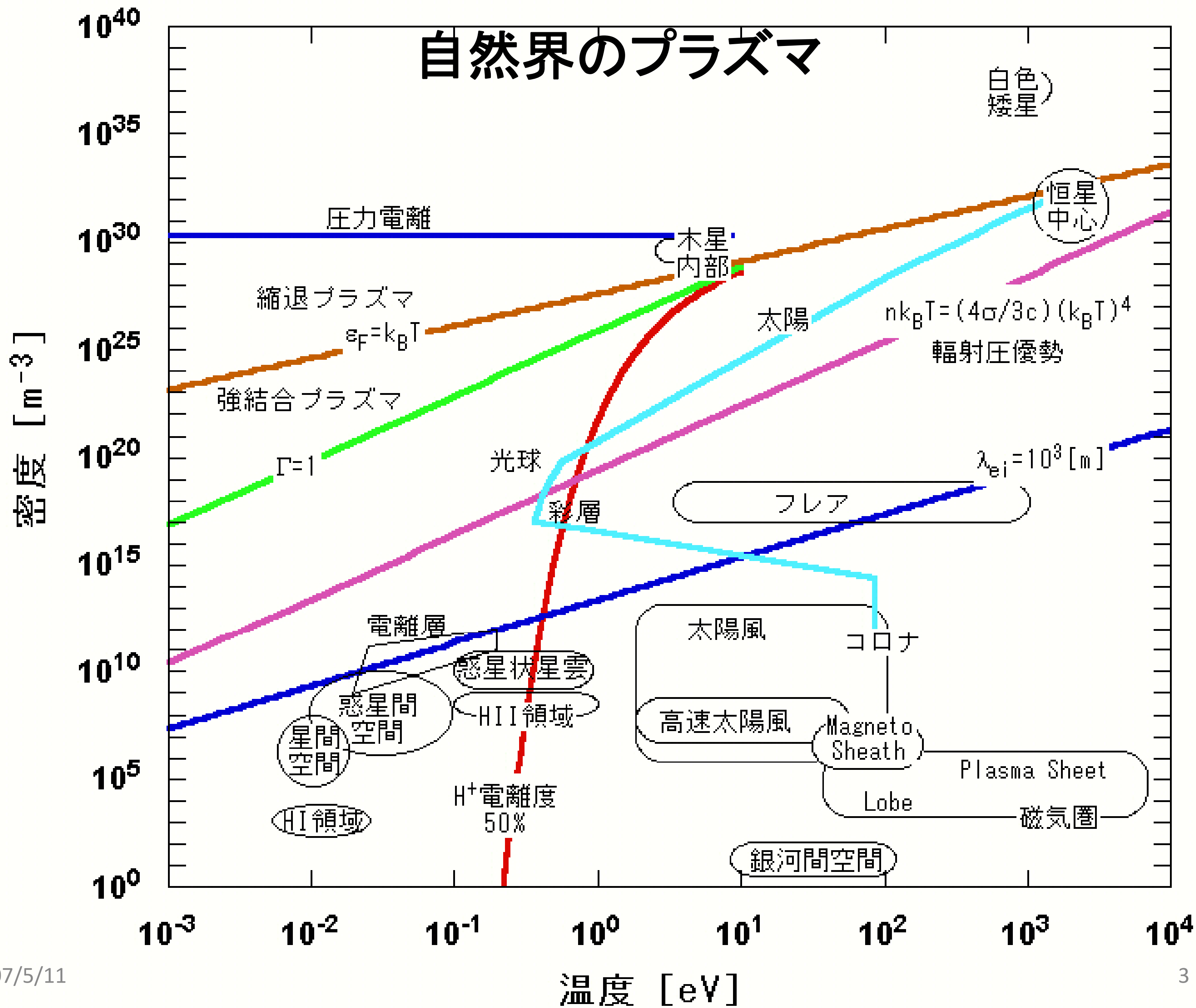
  プラズマ合体jasosx.ils.uec.ac.jp/JSPF/JSPF_TEXT/jspf1999/jspf1999_04/jspf1999_04-467.pdf

  オーロラhttp://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%AA%E3%83%BC%E3%83%AD%E3%83%A9

- 発電(磁場生成)

  地磁気http://www.es.jamstec.go.jp/esc/research/Solid/research/index.ja.html

  逆磁場ピンチプラズマhttp://unit.aist.go.jp/energy/plasmaf/FP-5.htm



自然界のプラズマ
10^40
10^35
10^30
10^25
10^20
10^15
10^10
10^5
10^0
密度 [m^-3]
10^-3
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
温度 [eV]
白色矮星
恒星中心
圧力電離
木星内部
縮退プラズマ
εF=kBT
強結合プラズマ
Γ=1
太陽
nkBT=(4σ/3c)(kBT)^4
輻射圧優勢
光球
彩層
λei=10^3[m]
フレア
電離層
惑星状星雲
惑星間空間
星間空間
HII領域
HI領域
H+電離度50%
太陽風
コロナ
高速太陽風
Magneto Sheath
Plasma Sheet
Lobe
磁気圏
銀河間空間

プラズマ中の衝突と抵抗(I)

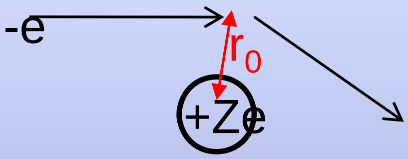
衝突があると

抵抗が存在ー＞磁場の拡散
粒子が拡散する

衝突がないと

抵抗が小さいー＞プラズマは超電導体のようにふるまう。
超電導体ー＞磁場がしみこまない、磁場が逃げない
ー＞磁場の凍結ー＞磁場はプラズマとともに動く

電子とイオンの衝突（クーロン散乱）を見積もる



衝突とは電子の軌道が大きく曲がること
衝突が起きているとき、
運動エネルギー～クーロンエネルギー

$$\frac{m_e v_e^2}{2} \sim \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \Rightarrow r_0 \sim \frac{Ze^2}{m_e v_e^2 \varepsilon_0}$$

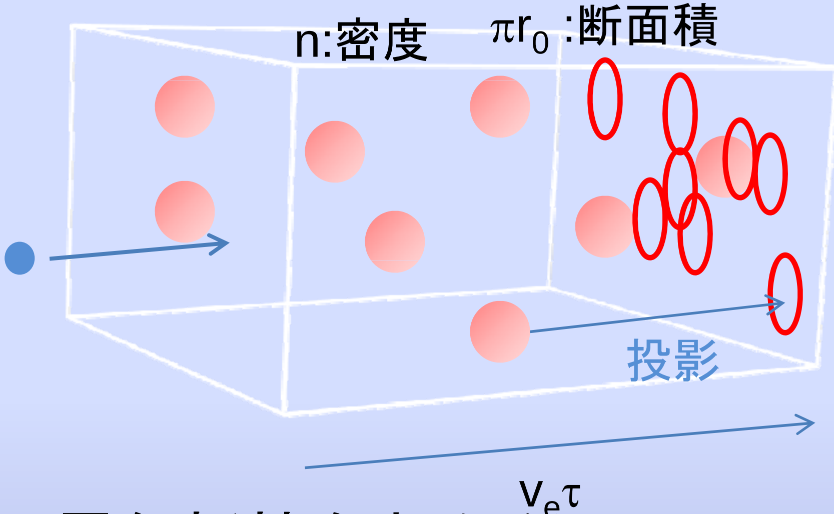
この式から衝突が起きているときの距離 r_0 を定義して、
衝突断面積σを求める。

$$\sigma \sim \pi r_0^2 \sim \frac{Z^2 e^4}{m_e^2 v_e^4 \varepsilon_0^2}$$

A. Ejiri

プラズマ中の衝突と抵抗(II)

衝突時間は衝突する確率が1になる時間



このとき、投影面積の割合が1になる

$$n\sigma v_e \tau = 1$$

$$\tau \sim \frac{1}{n\sigma v_e} \sim \frac{m_e^2 v_e^3 \varepsilon_0^2}{nZ^2 e^4} \sim \frac{\varepsilon_0^2 \sqrt{m_e}\left(kT_e\right)^{3/2}}{nZ^2 e^4}$$

電気抵抗を求める

電場Eで加速されるが、衝突時間τごとに電場方向の速度が0になるとする。

$$m_e v_e = -eE\tau \Rightarrow v_e = -\frac{eE}{m_e}\tau$$

一方、抵抗率ηの定義から

$$E = \eta j = \eta n e v_e = \eta n e \frac{eE}{m_e}\tau$$

よって抵抗率は

$$\eta \sim \frac{m_e}{ne^2\tau} \sim \frac{Z^2 e^2}{\varepsilon_0^2 m_e v_e^3}$$

n:密度依存性はキャンセルし、
速度（温度）に強く依存

プラズマ中のオームの法則

プラズマ中の電子集団の運動方程式を考える。

$$nm_e \frac{dv_e}{dt} = -ne(E + v \times B) + R$$（イオンとの衝突）

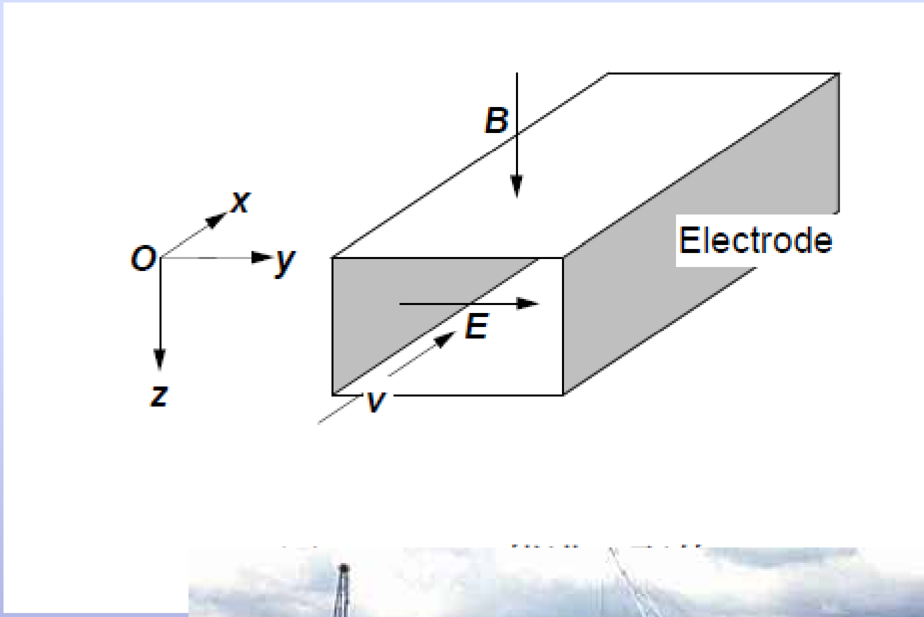
イオンとの衝突は抵抗

$$R \to \eta j$$

プラズマ中のオームの法則は

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$$

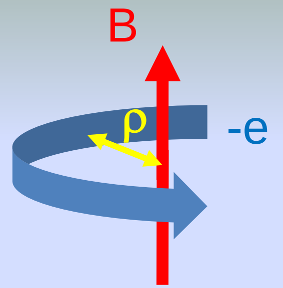
電磁流体の基本方程式の一つ



MHD推進
  jからvを生成
  超電導船の推進器（船の科学館）

MHD発電
  vからjを生成

サイクロトロン運動

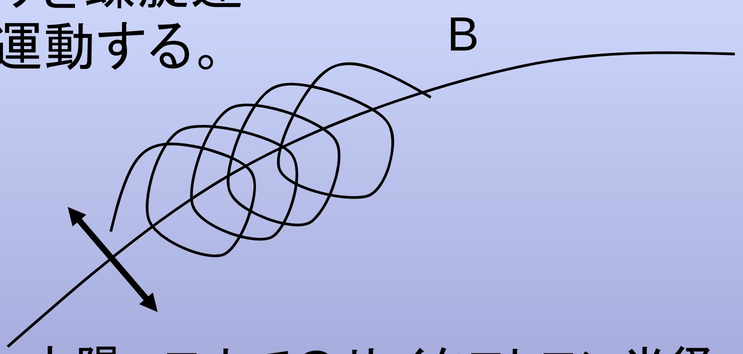


サイクロトロンとは加速器の名前
電子、イオンはローレンツ力を受けて磁力線に垂直な力を受ける。
遠心力とローレンツ力の釣り合いから回転する角周波数（サイクロトロン周波数）が求められる。
ρはサイクロトロン半径、ラーマ半径

$$m_e \frac{dv_e}{dt} = -ev_e \times B$$

$$v_\perp = \rho\omega, \quad m_e \frac{v_\perp^2}{\rho} = -ev_\perp B \Rightarrow \omega = -\frac{eB}{m_e}$$

電子、イオンは磁力線の周りを螺旋運動しながら磁力線に沿って運動する。

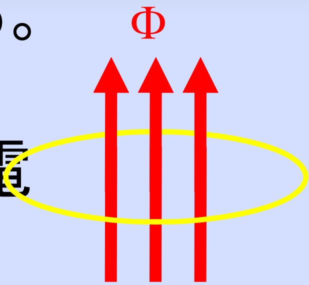


太陽コロナでのサイクロトロン半径
イオン：~10m
電子：~0.1m

A. Ejiri

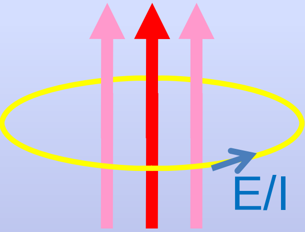
磁力線の凍結(I)

電気抵抗0の物質でできたループを貫く磁束Φを考える。



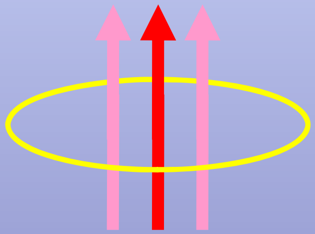
磁場が変化したり、ループが移動するとループに誘導電場が生じる。

誘導電場によって生じる電流は磁場の変化を打ち消す。
抵抗が小さいと電流が大きく、打ち消しが100%となる。
抵抗0の物質には0以外の電場が生じると電流が無限大になる。－＞電場は常に0に保たれる。



その結果、磁束は変化しない。
　磁束はループとともに移動する。

$$\Phi = \oint B \bullet dS$$



抵抗が有限の時磁束は、変化する。

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\eta}{\mu_0} \oint \nabla^2 B \bullet dS$$

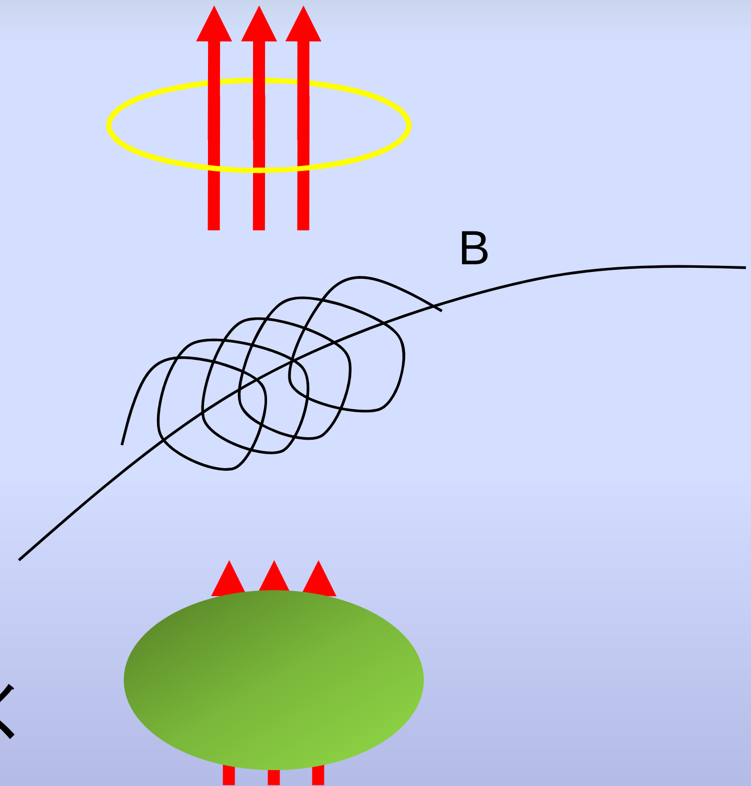
A. Ejiri

磁力線の凍結(II)

プラズマは抵抗が小さい
磁束はプラズマとともに動く

磁力線に沿ってプラズマは動く

プラズマと磁力線は一体となって動く
（磁力線の凍結）



団子とくしの関係

磁力線の拡散

磁束Φの変化は抵抗に依存
　抵抗がない時、磁束は保存され、磁場はプラズマとともに動く

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\eta}{\mu_0}\oint \nabla^2 B \cdot dS$$

　抵抗があるとき、磁場は拡散、減衰する。拡散方程式に従う。

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0}\nabla^2 B$$

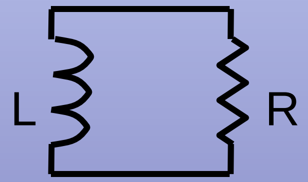
$$B \propto \frac{1}{\sqrt{t}} Exp\left(-\frac{\eta}{2\mu_0 t}x^2\right)$$

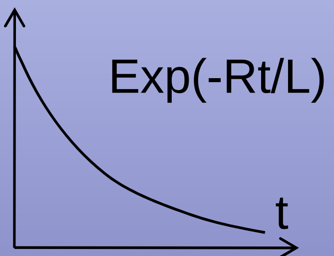
典型的な時間は抵抗に反比例し、大きさの二乗に比例する。

$$T = \frac{\mu_0 a^2}{\eta}$$

抵抗が小さく、大きい場合は抵抗は無視でき、磁場は減衰しない。

LR回路の場合はL/Rが時定数

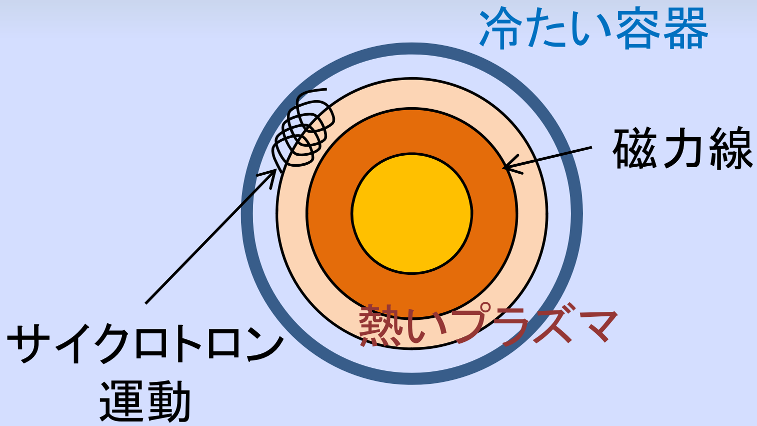




A. Ejiri

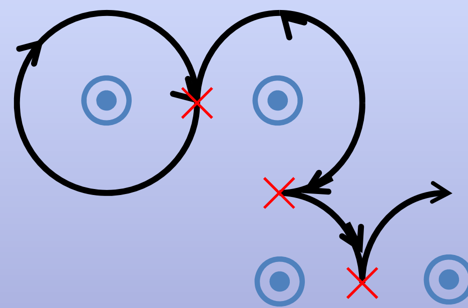
磁力線を用いて高温プラズマを閉じ込める

磁力線に沿ってプラズマが動くのであれば、磁力線をループにすれば、端がなくなる。

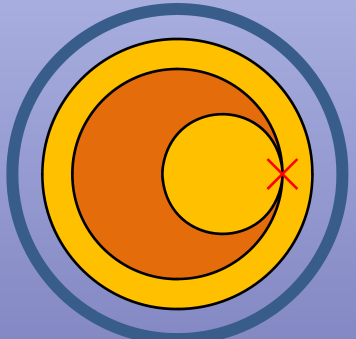


実験室で高温プラズマを生成するには、このような入れ子状の磁力線（磁気面）を用いる。

衝突があれば、一本の磁力線から別の磁力線に回転中心が変わりうる。ただし、衝突は温度が高い時には小さくなり無視できる。



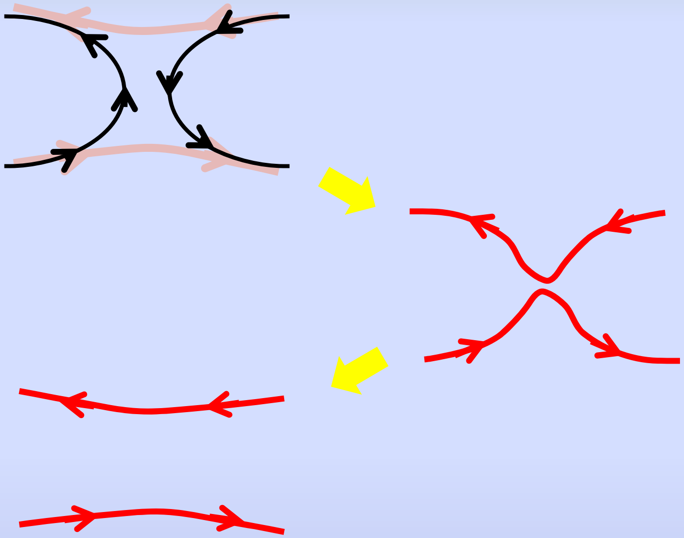
磁気再結合により磁場構造が変わると、熱いプラズマが一気に逃げる。



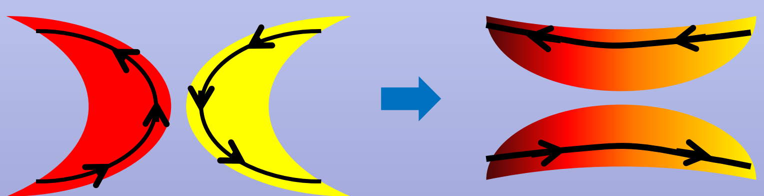
A. Ejiri

磁気リコネクションによる混合

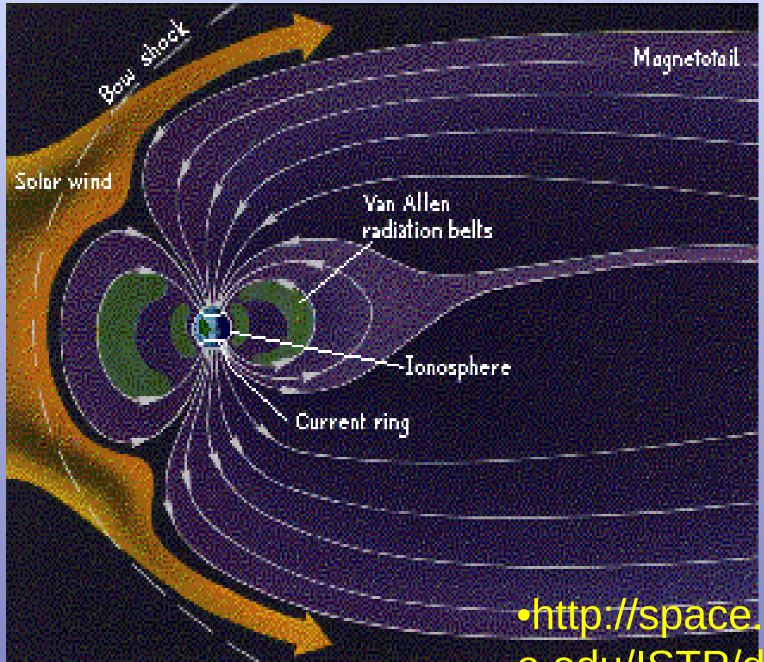
磁場は▽･B=0より、端を持たず、
分岐、生成しない。
しかし、つなぎ変わることはできる。



磁力線に沿ってプラズマは動くので、
磁気再結合により、それまで分離されていたプラズマが混合する。



太陽風中のプラズマが磁気圏に
入り込む。

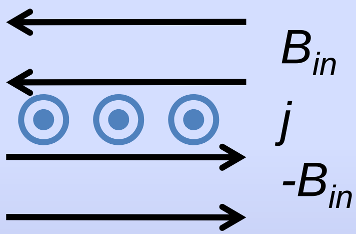


•http://space.ri

A. Ejiri

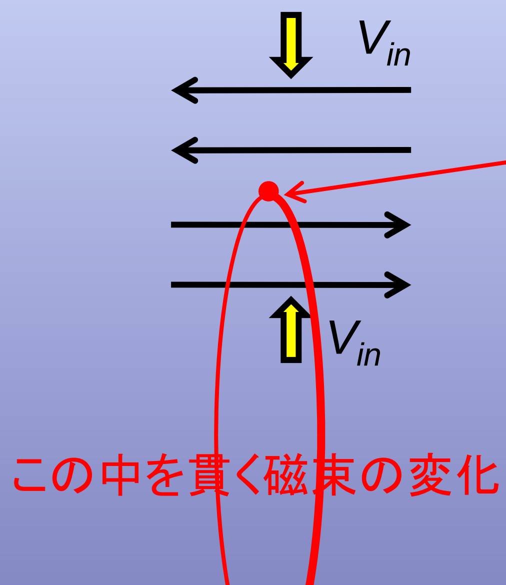
磁気リコネクション(I)

反平行磁場が押し付けられると真中に電流シートができる。
アンペールの法則から



$$\oint B_{in} ds = +B_{in} L - (-B_{in}) L = 2BL = \int \mu_0 j dS = \mu_0 jL$$

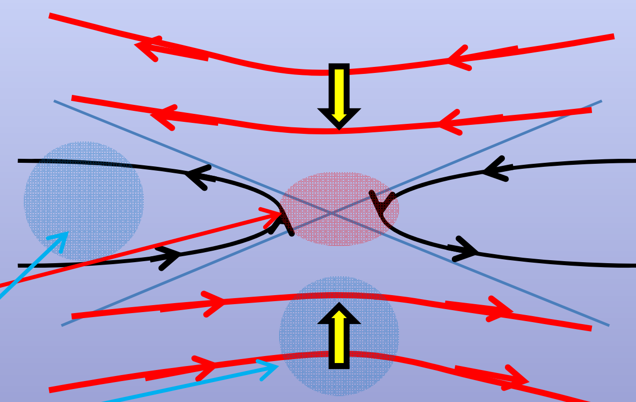
$$j = \frac{B_{in}}{\mu_0 \delta}$$



$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

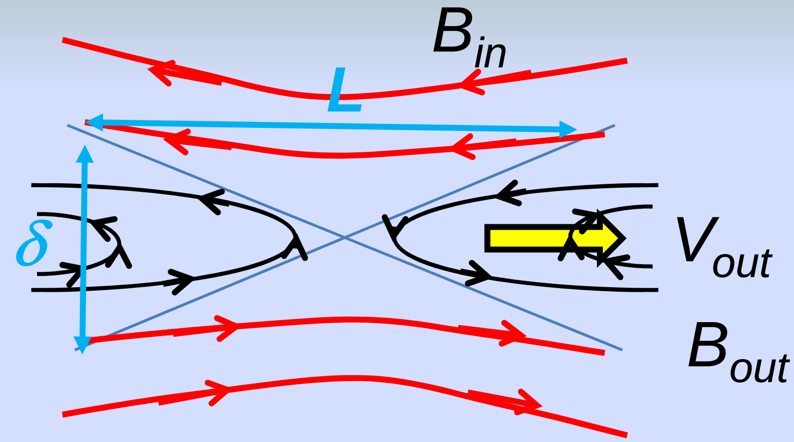
$$\vec{E} = \eta \vec{j}$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0$$

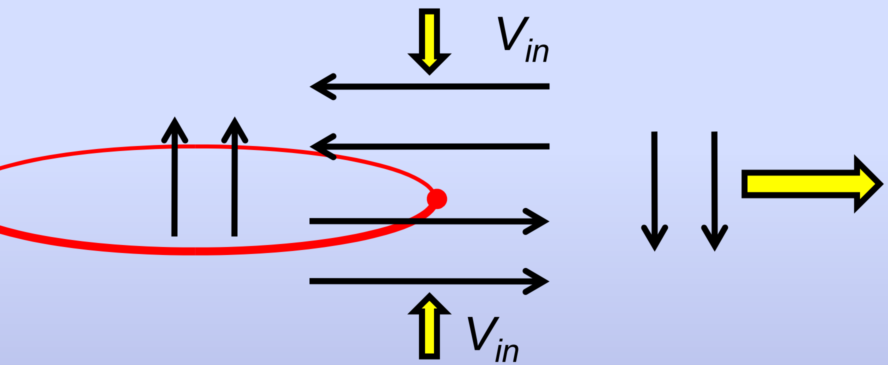


磁気リコネクション(II)

定常状態で電磁誘導の法則を
流入側と流出側に適用すると



$$-E = V \times B = V_{in} B_{in} = V_{out} B_{out}$$



この中を貫く磁束の変化

プラズマに凍結された磁束がプラズマとともに動く。

同様に流入側と流出側の質量の
保存から

$$V_{in} L = V_{out} \delta$$

A. Ejiri

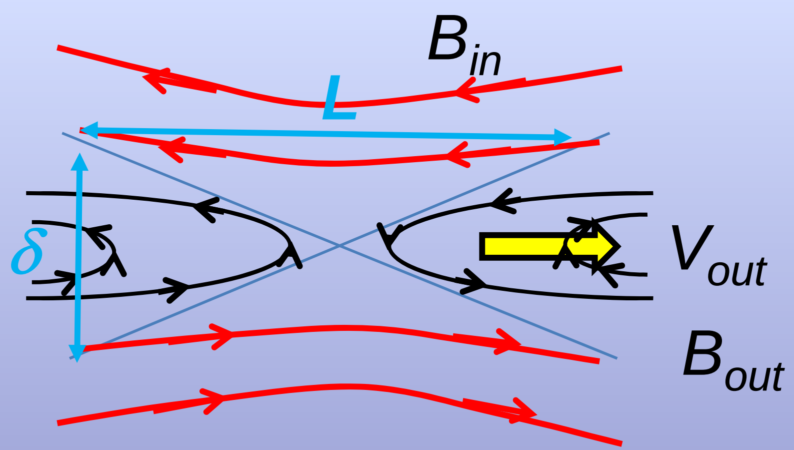
磁気リコネクション(III)

磁場はエネルギー(圧力)をもつ。
まがった磁場は張力でまっすぐになろうとする。
磁場まっすぐになる時にプラズマが加速され運動エネルギーも得る。

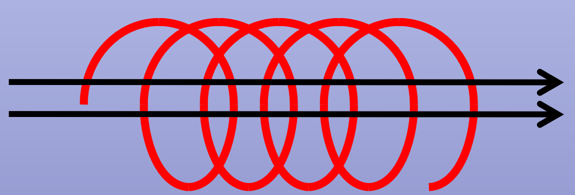
$$\frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\frac{B_{in}B_{out}}{\mu_0}$$

$$\rho V_{out}^2 \frac{\delta}{L} = \frac{B_{in}B_{out}}{\mu_0}$$



ソレノイドコイルのもつ磁場エネルギー



$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \times Volume$$

A. Ejiri

磁気リコネクション(IV)

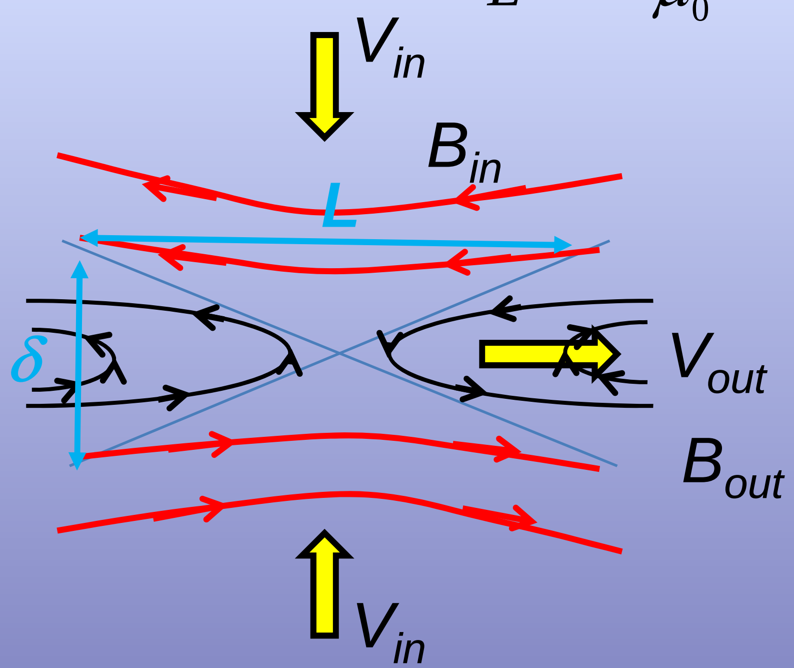
これまでの式をまとめると

$$j = \frac{B_{in}}{\mu_0 \delta}$$

$$E = \eta j = V_{in} B_{in} = V_{out} B_{out}$$

$$V_{in} L = V_{out} \delta$$

$$\rho V_{out}^2 \frac{\delta}{L} = \frac{B_{in} B_{out}}{\mu_0}$$



その結果

プラズマ加速が起きる

$$V_{out} = \frac{B_{in}}{\sqrt{\mu_0 \rho}} = V_A$$

（電子）加熱が起きる

$$\eta j^2$$

磁気再結合の時間スケールは

$$\frac{L}{V_{in}} = \sqrt{\frac{\mu_0 L^3}{V_A \eta}}$$

A. Ejiri

成果と課題

成果

- 磁気再結合によってエネルギーが生成される。
  （磁場エネルギーを経由して）
  電子加熱、イオン加熱、プラズマ加速
- 磁場（プラズマ）のトポロジーの変化
- 熱エネルギーから磁場を生成する

課題

- 観測される時間スケールが短い
  例：太陽フレア　計算では10^7秒、
  　　　実際には10^3秒
- 電子加熱、イオン加熱の定量的説明
- 非定常
- ３次元配位

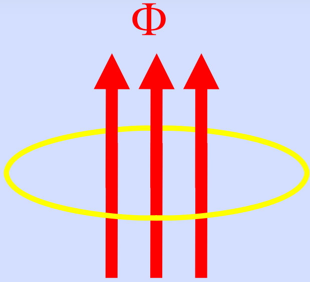
A. Ejiri

磁力線の凍結と拡散(式での説明)

オームの法則から出発

$$\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}=\eta\vec{j}$$

プラズマとともに動くある閉曲線を貫く磁束Φ

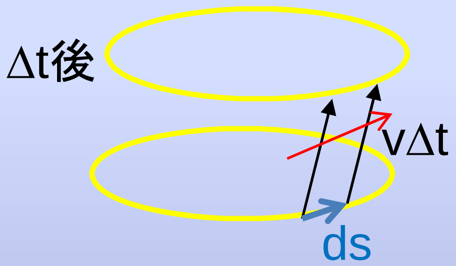


$$\Phi=\oint B\bullet dS$$

の時間変化は

時間変化　　閉曲線の移動

$$\frac{d\Phi}{dt}=\oint\frac{\partial B}{\partial t}\bullet dS+\oint B\bullet\left(v\times ds\right)$$



スカラー三重積

$$=\oint\frac{\partial B}{\partial t}\bullet dS+\oint\left(B\times v\right)\bullet ds$$

マクスウェル方程式

$$\nabla\times E=-\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla\times B=\mu_0 j+\frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

$$=-\oint\left\{\nabla\times E+\nabla\times\left(v\times B\right)\right\}\bullet dS=-\oint\nabla\times\left(E+v\times B\right)\bullet dS$$

$$=-\oint\nabla\times\eta j\bullet dS$$

$$=\frac{\eta}{\mu_0}\oint\nabla^2 B\bullet dS$$

$$\nabla\times\nabla\times B=\nabla\left(\nabla\cdot B\right)-\nabla^2 B$$