

# 教養学部生のための磁気リコネクション入門

(磁気リコネクション、磁気再結合、Magnetic Reconnection)

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
江尻晶

H19年度全学自由研究ゼミナール

「複雑理工学の探求(巨視的物理現象論)」講義資料改変

## 内容

磁気リコネクションの役割

プラズマの基礎

磁気リコネクション

成果と課題

# 磁気リコネクションの役割

## (磁気再結合、Magnetic Reconnection)

### ■ トポロジーの変化：プラズマの混合、輸送

太陽風と地磁気圏 <http://science.nasa.gov/ssl/pad/sppb/edu/magnetosphere/>,  
<http://www.jsf.or.jp/tamatebako/solarJ/SolarMax3/whatis.html>

トカマクにおける鋸歯状活動

[http://www.lhd.nifs.ac.jp/result/nifs\\_news/2005/161.html](http://www.lhd.nifs.ac.jp/result/nifs_news/2005/161.html)

### ■ 電子加熱、イオン加熱

太陽コロナ <http://www.isas.jaxa.jp/home/solar/yohkoh/corona.html>

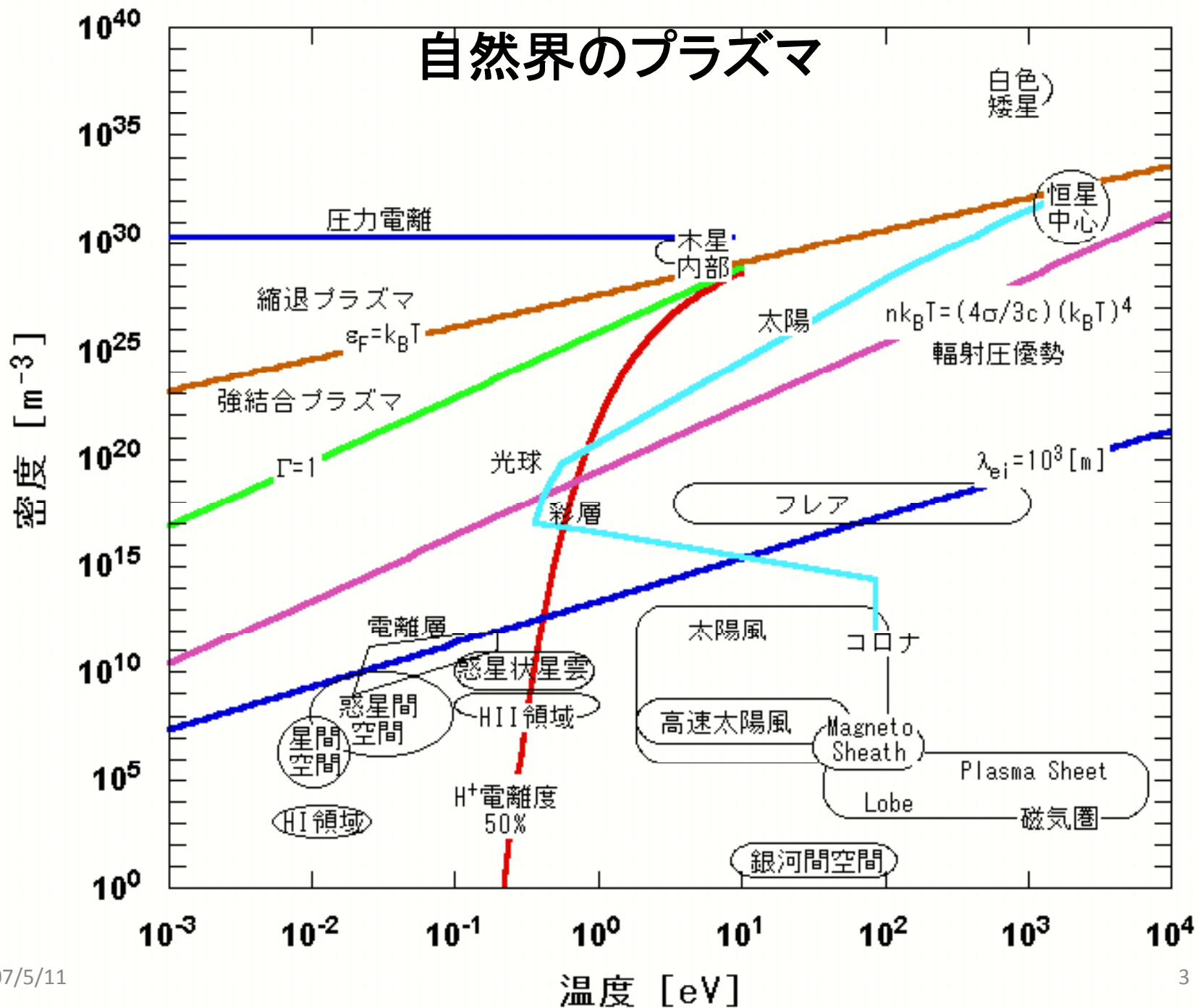
プラズマ合体 [jasosx.ils.uec.ac.jp/JSPF/JSPF\\_TEXT/jspf1999/jspf1999\\_04/jspf1999\\_04-467.pdf](http://jasosx.ils.uec.ac.jp/JSPF/JSPF_TEXT/jspf1999/jspf1999_04/jspf1999_04-467.pdf)

オーロラ <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%AA%E3%83%BC%E3%83%AD%E3%83%A9>

### ■ 発電(磁場生成)

地磁気 <http://www.es.jamstec.go.jp/esc/research/Solid/research/index.ja.html>

逆磁場ピンチプラズマ <http://unit.aist.go.jp/energy/plasmaf/FP-5.htm>



# プラズマ中の衝突と抵抗(I)

## 衝突があると

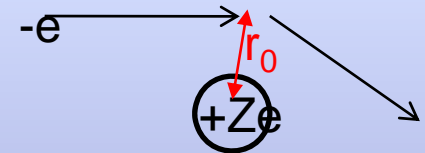
抵抗が存在一→磁場の拡散  
粒子が拡散する

## 衝突がないと

抵抗が小さい一→プラズマは超電導体のようにふるまう。  
超電導体一→磁場がしみこまない、磁場が逃げない  
一→磁場の凍結一→磁場はプラズマとともに動く

## 電子とイオンの衝突(クーロン散乱) を見積もる

衝突とは電子の軌道が大きく曲がること  
衝突が起きているとき、  
運動エネルギー～クーロンエネルギー



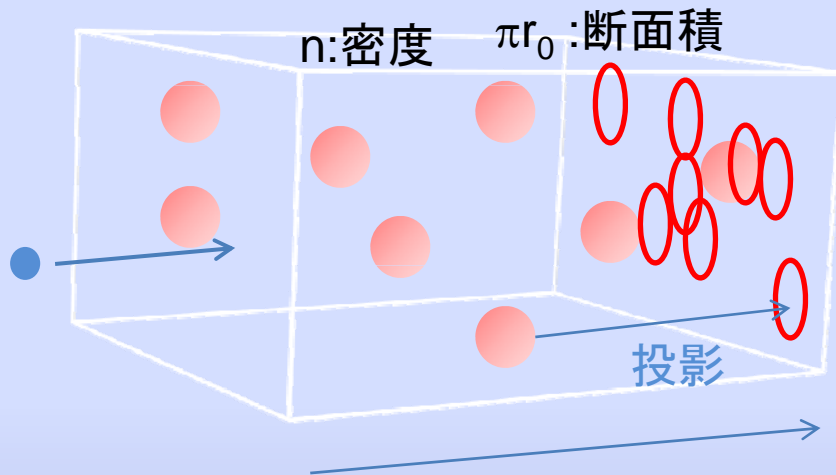
$$\frac{m_e v_e^2}{2} \sim \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \Rightarrow r_0 \sim \frac{Ze^2}{m_e v_e^2 \epsilon_0}$$

$$\sigma \sim \pi r_0^2 \sim \frac{Z^2 e^4}{m_e^2 v_e^4 \epsilon_0^2}$$

この式から衝突が起きているときの距離  
 $r_0$ を定義して、  
衝突断面積 $\sigma$ を求める。

# プラズマ中の衝突と抵抗(II)

衝突時間は衝突する確率が1になる時間



このとき、投影面積の割合が1になる

$$n\sigma v_e \tau = 1$$

$$\tau \sim \frac{1}{n\sigma v_e} \sim \frac{m_e^2 v_e^3 \epsilon_0^2}{n Z^2 e^4} \sim \frac{\epsilon_0^2 \sqrt{m_e} (kT_e)^{3/2}}{n Z^2 e^4}$$

電気抵抗を求める <sup>$v_e \tau$</sup>

電場Eで加速されるが、衝突時間 $\tau$ ごとに電場方向の速度が0になるとする。

$$m_e v_e = -eE\tau \Rightarrow v_e = -\frac{eE}{m_e} \tau$$

一方、抵抗率 $\eta$ の定義から

$$E = \eta j = \eta n e v_e = \eta n e \frac{eE}{m_e} \tau$$

よって抵抗率は

$$\eta \sim \frac{m_e}{n e^2 \tau} \sim \frac{Z^2 e^2}{\epsilon_0^2 m_e v_e^3}$$

n:密度依存性はキャンセルし、  
速度(温度)に強く依存

# プラズマ中のオームの法則

プラズマ中の電子集団の運動方程式を考える。

$$nm_e \frac{dv_e}{dt} = -ne(E + v \times B) + R \quad (\text{イオンとの衝突})$$

イオンとの衝突は抵抗

$$R \rightarrow \eta j$$

プラズマ中のオームの法則は

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$$

電磁流体の基本方程式の一つ

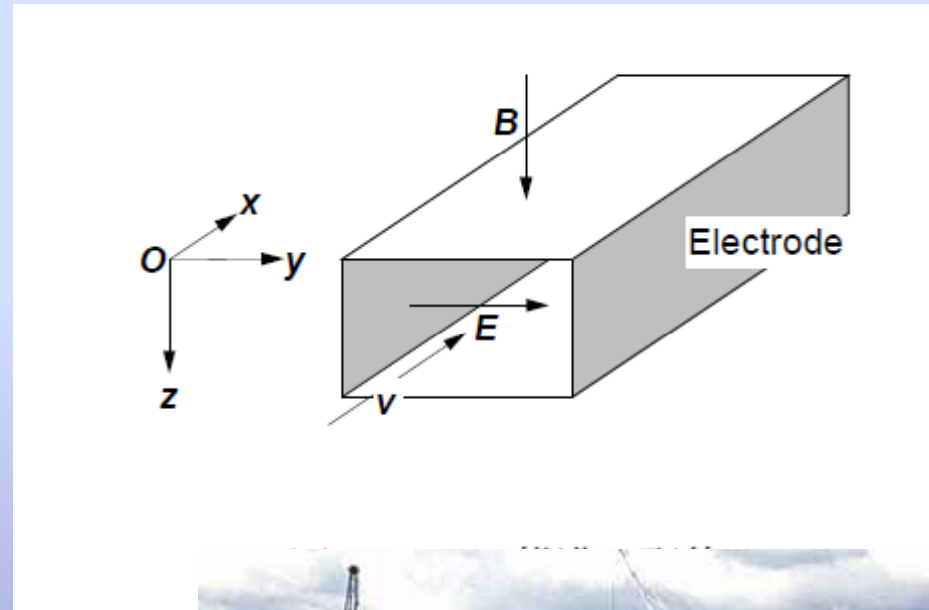
## MHD推進

jからvを生成

超電導船の推進器(船の科学館)

## MHD発電

vからjを生成

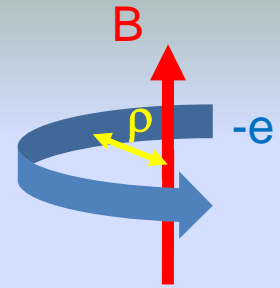


# サイクロトロン運動

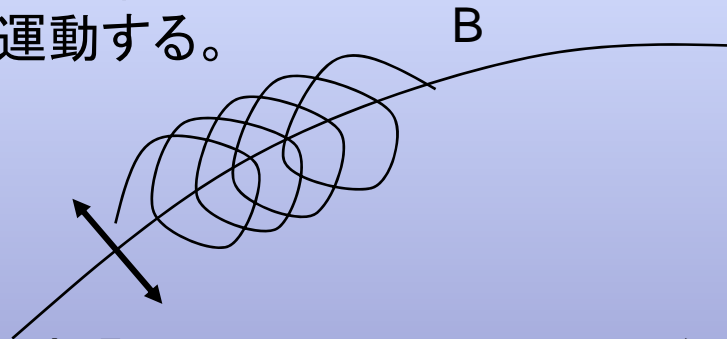
サイクロトロンとは加速器の名前  
 電子、イオンはローレンツ力を受けて  
 磁力線に垂直な力を受ける。  
 遠心力とローレンツ力の釣り合いから  
 回転する角周波数(サイクロトロン周  
 波数)が求められる。  
 $\rho$ はサイクロトロン半径、ラーマ半径

$$m_e \frac{dv_e}{dt} = -ev_e \times B$$

$$v_{\perp} = \rho\omega, \quad m_e \frac{v_{\perp}^2}{\rho} = -ev_{\perp}B \Rightarrow \omega = -\frac{eB}{m_e}$$



電子、イオンは磁力線の周りを螺旋運  
 動しながら磁力線に沿って運動する。

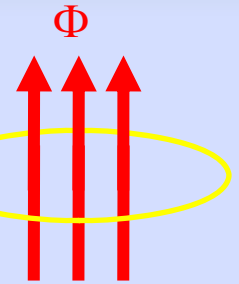


太陽コロナでのサイクロトロン半径  
 イオン: ~10m  
 電子: ~0.1m

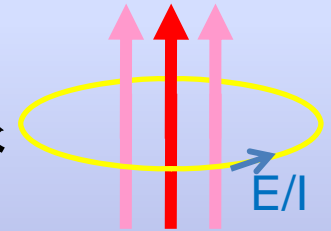
# 磁力線の凍結(I)

電気抵抗0の物質でできたループを貫く磁束 $\Phi$ を考える。

磁場が変化したり、ループが移動するとループに誘導電場が生じる。

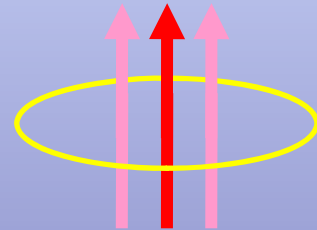


誘導電場によって生じる電流は磁場の変化を打ち消す。抵抗が小さいと電流が大きく、打ち消しが100%となる。抵抗0の物質には0以外の電場が生じると電流が無限大になる。→電場は常に0に保たれる。



その結果、磁束は変化しない。  
磁束はループとともに移動する。

$$\Phi = \oint B \cdot dS$$



抵抗が有限の時磁束は、変化する。

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\eta}{\mu_0} \oint \nabla^2 B \cdot dS$$



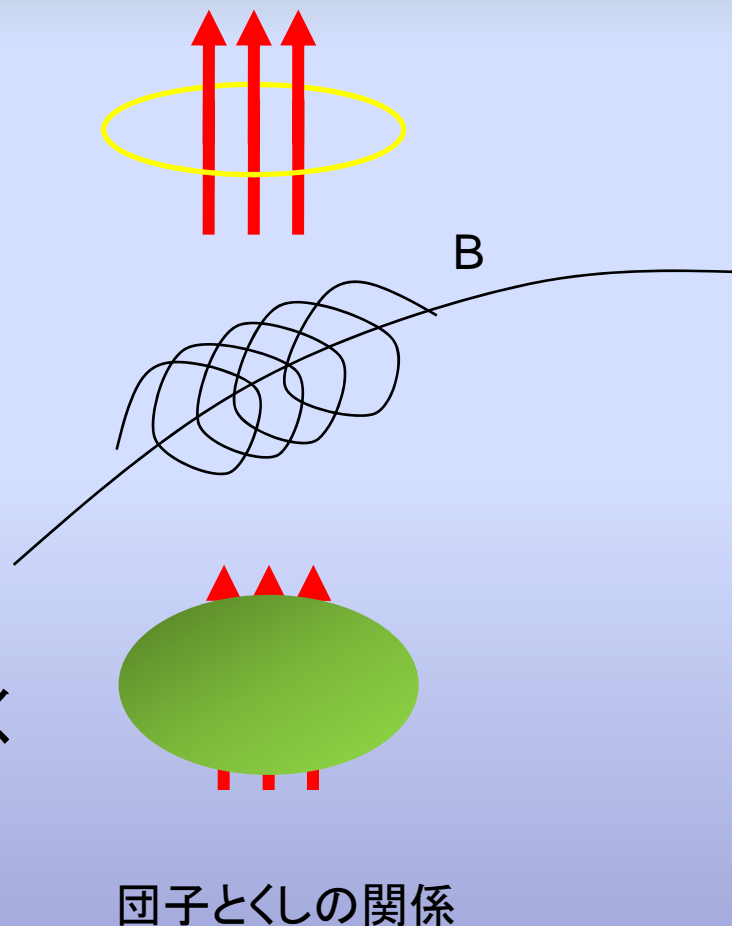
# 磁力線の凍結(II)

プラズマは抵抗が小さい  
磁束はプラズマとともに動く

磁力線に沿ってプラズマは動く



プラズマと磁力線は一体となって動く  
(磁力線の凍結)



団子とくしの関係

# 磁力線の拡散

磁束 $\Phi$ の変化は抵抗に依存

抵抗がない時、磁束は保存され、磁場はプラズマとともに動く

抵抗があるとき、磁場は拡散、減衰する。**拡散方程式**に従う。

典型的な時間は抵抗に反比例し、大きさの二乗に比例する。

抵抗が小さく、大きい場合は抵抗は無視でき、磁場は減衰しない。

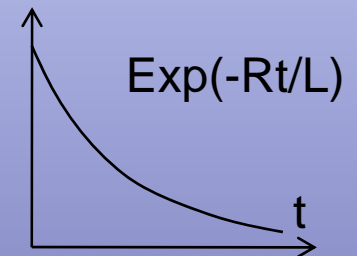
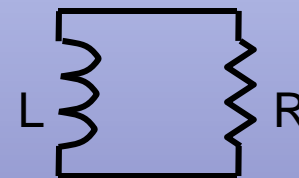
LR回路の場合は $L/R$ が時定数

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\eta}{\mu_0} \oint \nabla^2 B \cdot dS$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 B$$

$$B \propto \frac{1}{\sqrt{t}} \text{Exp}\left(-\frac{\eta}{2\mu_0 t} x^2\right)$$

$$T = \frac{\mu_0 a^2}{\eta}$$



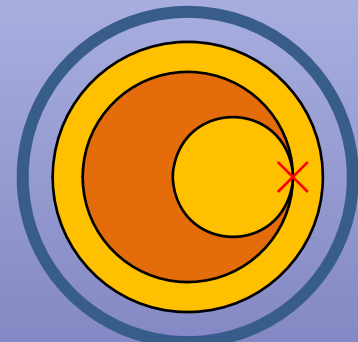
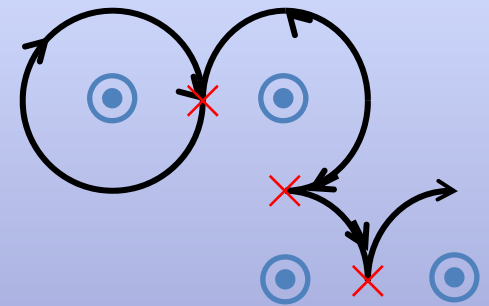
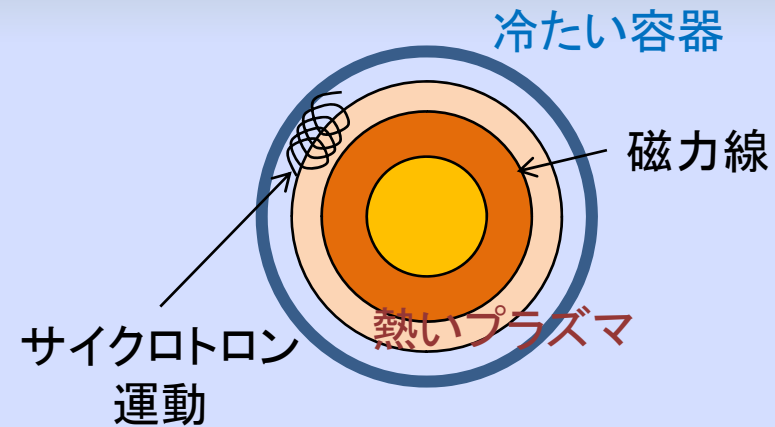
# 磁力線を用いて高温プラズマを閉じ込める

磁力線に沿ってプラズマが動くのであれば、磁力線をループにすれば、端がなくなる。

実験室で高温プラズマを生成するには、このような入れ子状の磁力線（磁気面）を用いる。

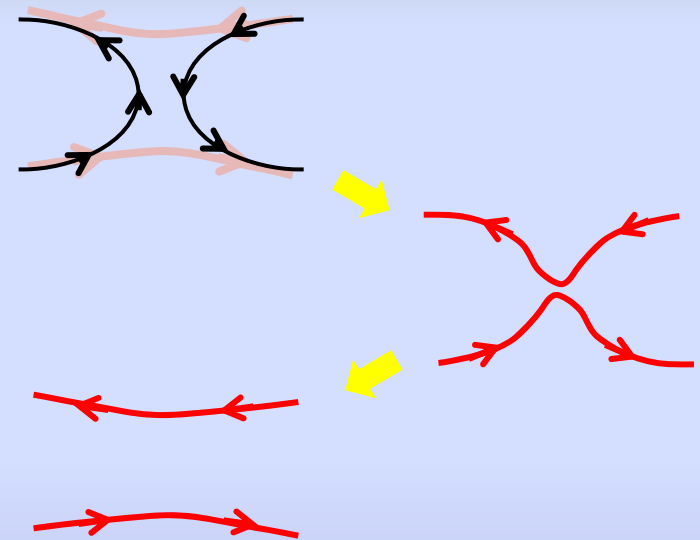
衝突があれば、一本の磁力線から別の磁力線に回転中心が変わりうる。ただし、衝突は温度が高い時には小さくなり無視できる。

磁気再結合により磁場構造が変わると、熱いプラズマが一気に逃げる。

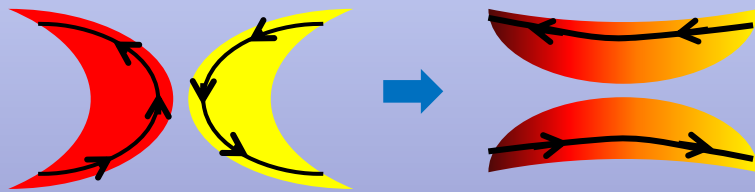


# 磁気リコネクションによる混合

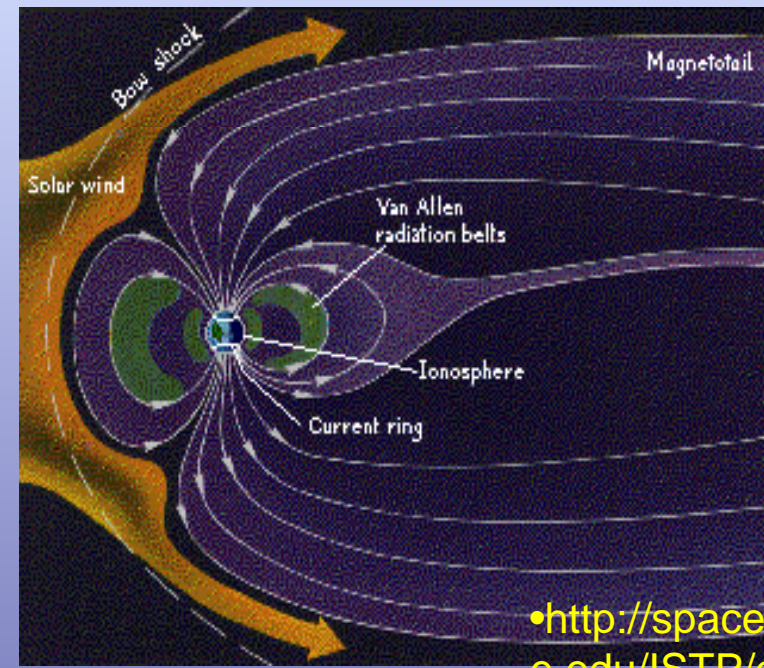
磁場は $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ より、端を持たず、分岐、生成しない。  
しかし、つなぎ変わることはできる。



磁力線に沿ってプラズマは動くので、磁気再結合により、それまで分離されていたプラズマが混合する。

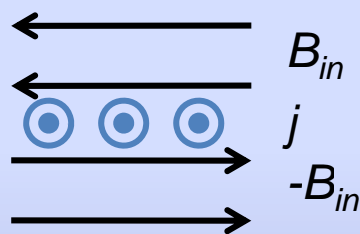


太陽風中のプラズマが磁気圏に入り込む。



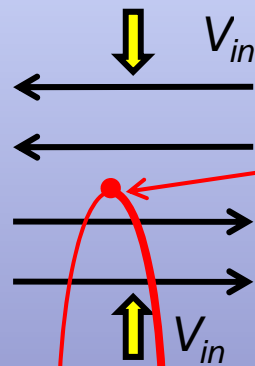
# 磁気リコネクション(I)

反平行磁場が押し付けられると真  
中に電流シートができる。  
アンペールの法則から



$$\oint B_{in} ds = +B_{in}L - (-B_{in})L = 2BL = \int \mu_0 j dS = \mu_0 jL$$

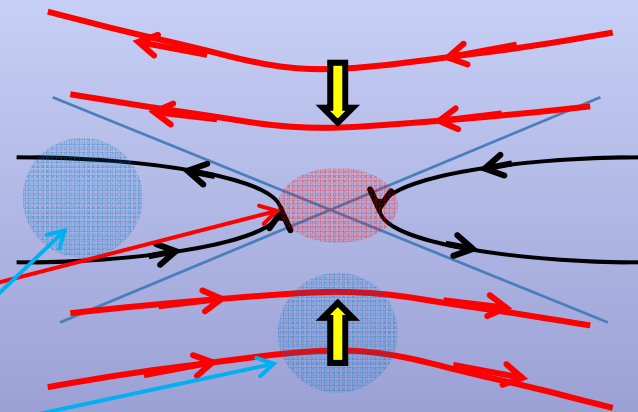
$$j = \frac{B_{in}}{\mu_0 \delta}$$



$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{E} = \eta \vec{j}$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0$$

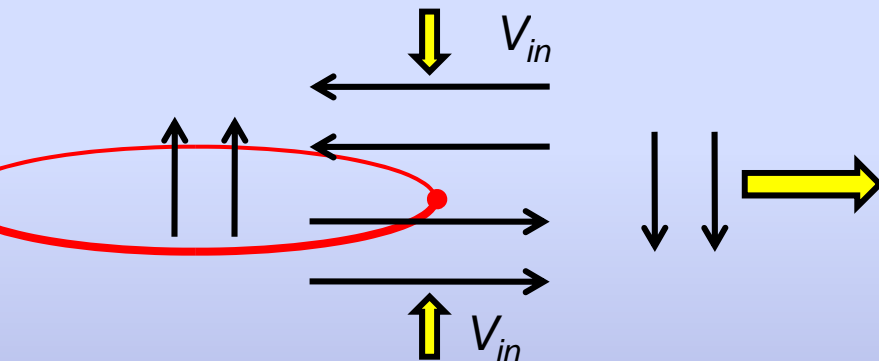


この中を貫く磁束の変化

# 磁気リコネクション(II)

定常状態で電磁誘導の法則を  
流入側と流出側に適用すると

$$-E = V \times B = V_{in} B_{in} = V_{out} B_{out}$$

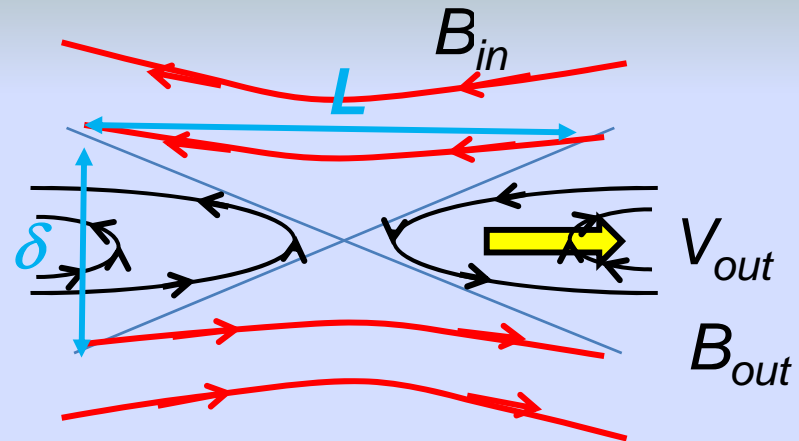


この中を貫く磁束の変化

プラズマに凍結された磁束がプラズマとともに動く。

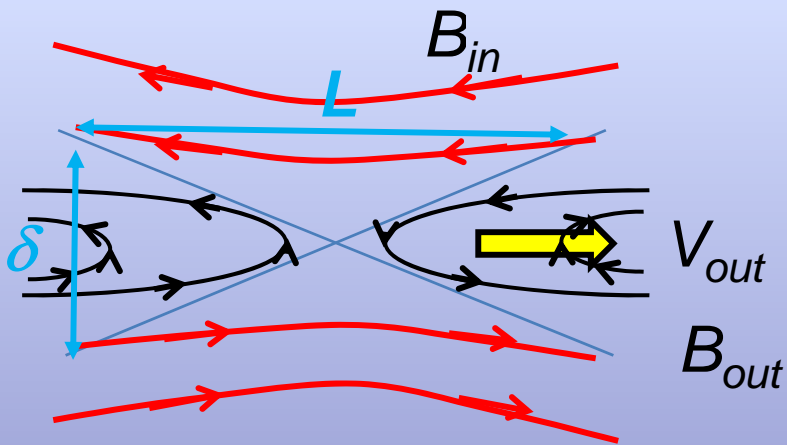
同様に流入側と流出側の質量の  
保存から

$$V_{in} L = V_{out} \delta$$



# 磁気リコネクション(III)

磁場はエネルギー(圧力)をもつ。  
 まがった磁場は張力でまっすぐになろうとする。  
 磁場まっすぐになる時にプラズマが加速され運動エネルギーも得る。

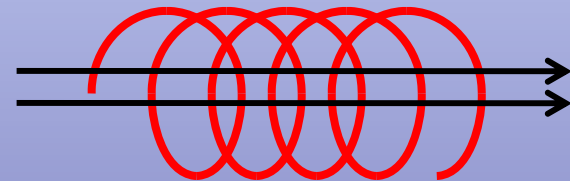


$$\frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\frac{B_{in} B_{out}}{\mu_0}$$

$$\rho V_{out}^2 \frac{\delta}{L} = \frac{B_{in} B_{out}}{\mu_0}$$

ソレノイドコイルのもつ磁場エネルギー



$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \times Volume$$

# 磁気リコネクション(IV)

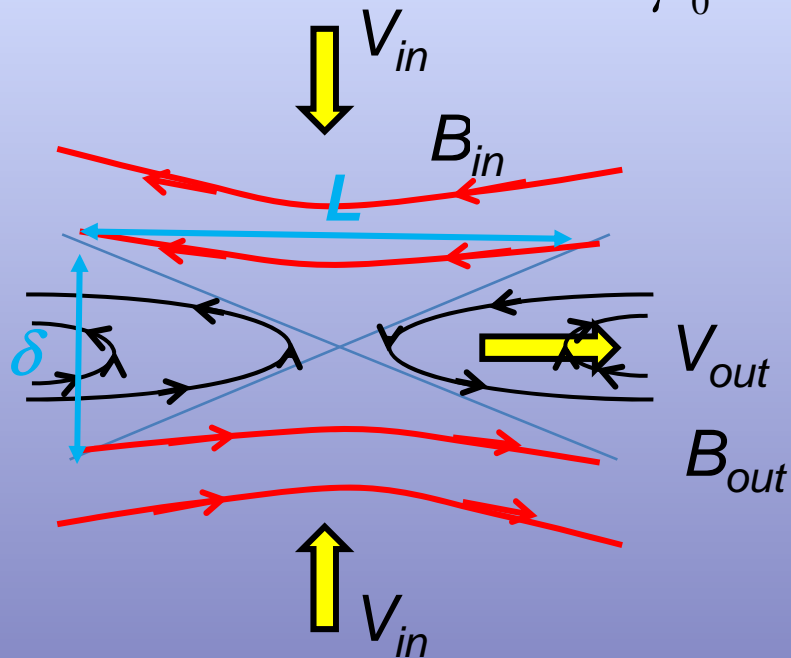
これまでの式をまとめると

$$j = \frac{B_{in}}{\mu_0 \delta}$$

$$E = \eta j = V_{in} B_{in} = V_{out} B_{out}$$

$$V_{in} L = V_{out} \delta$$

$$\rho V_{out}^2 \frac{\delta}{L} = \frac{B_{in} B_{out}}{\mu_0}$$



その結果

プラズマ加速が起きる

$$V_{out} = \frac{B_{in}}{\sqrt{\mu_0 \rho}} = V_A$$

(電子)加熱が起きる

$$\eta j^2$$

磁気再結合の時間スケールは

$$\frac{L}{V_{in}} = \sqrt{\frac{\mu_0 L^3}{V_A \eta}}$$



# 成果と課題

## 成果

- 磁気再結合によってエネルギーが生成される。  
(磁場エネルギーを経由して)  
電子加熱、イオン加熱、プラズマ加速
- 磁場(プラズマ)のトポロジーの変化
- 熱エネルギーから磁場を生成する

## 課題

- 観測される時間スケールが短い  
例: 太陽フレア 計算では $10^7$ 秒、  
実際には $10^3$ 秒
- 電子加熱、イオン加熱の定量的説明
- 非定常
- 3次元配位

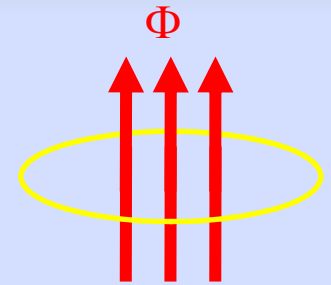
# 磁力線の凍結と拡散(式での説明)

オームの法則から出発

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$$

プラズマとともに動くある閉曲線を貫く磁束 $\Phi$

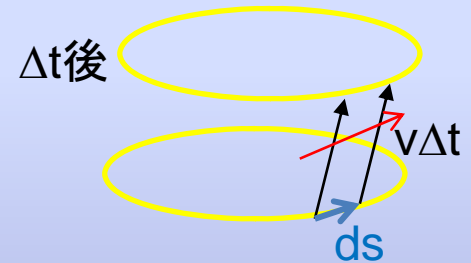
$$\Phi = \oint B \cdot dS$$



の時間変化は

$$\frac{d\Phi}{dt} = \oint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS + \oint B \cdot (v \times ds)$$

時間変化      閉曲線の移動  
↓                      ↓



スカラー三重積

$$= \oint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS + \oint (B \times v) \cdot ds$$

マクスウェル方程式

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \mu_0 j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$= -\oint \{ \nabla \times E + \nabla \times (v \times B) \} \cdot dS = -\oint \nabla \times (E + v \times B) \cdot dS$$

$$= -\oint \nabla \times \eta j \cdot dS$$

$$= \frac{\eta}{\mu_0} \oint \nabla^2 B \cdot dS$$

$$\nabla \times \nabla \times B = \nabla(\nabla \cdot B) - \nabla^2 B$$